

# 数学Ⅰ，数学A

(全問必答)

## 第1問 (配点 30)

〔1〕 全体集合  $U$  を 2 以上 20 以下の自然数全体の集合とする。すなわち

$$U = \{2, 3, 4, \dots, 20\}$$

である。

2 以上 9 以下の自然数  $a, b$  に対して、 $U$  の部分集合  $A, B$  を

$$A = \{k \mid k \in U, k \text{ と } a \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}$$

$$B = \{k \mid k \in U, k \text{ と } b \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}$$

とする。

例えば

$$a = 7 \text{ のとき, } A = \{7, 14\}$$

$$a = 9 \text{ のとき, } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

である。

(数学Ⅰ，数学A第1問は次ページに続く。)

- (1)  $a = 3$  のとき， $A = \boxed{\text{ア}}$ ， $b = 4$  のとき， $B = \boxed{\text{イ}}$  である。このとき

$$A \cap B = \boxed{\text{ウ}}， \quad A \cap \bar{B} = \boxed{\text{エ}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |                                                  |                             |
|--------------------------------------------------|-----------------------------|
| ① {12}                                           | ① {3, 9}                    |
| ② {3, 9, 15}                                     | ③ {6, 12, 18}               |
| ④ {3, 6, 9, 15, 18}                              | ⑤ {4, 8, 12, 16, 20}        |
| ⑥ {3, 6, 9, 12, 15, 18}                          | ⑦ {2, 4, 8, 10, 14, 16, 20} |
| ⑧ {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}           |                             |
| ⑨ {2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20} |                             |

- (2)  $a, b$  が 2 以上 9 以下の自然数であることに注意して， $a, b$  について考えよう。

- (i)  $\bar{A}$  の要素に，2 の倍数も 3 の倍数もないとき

$$a = \boxed{\text{オ}}$$

である。

- (ii)  $A \cap \bar{B} = \{5\}$  であるとき

$$a = \boxed{\text{カ}}， \quad b = \boxed{\text{キ}}$$

である。

(数学 I，数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

## 数学Ⅰ，数学A

〔2〕 以下の問題において比を解答する場合は，最も簡単な整数の比で答えよ。

- (1) 四角形 ABCD の面積  $S$  について考えよう。以下では，四角形 ABCD の内角  $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ ， $\angle D$  の大きさを，それぞれ  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  で表す。ただし，四つの内角はいずれも  $180^\circ$  より小さいものとする。

対角線 BD を共通の 1 辺とする  $\triangle ABD$  と  $\triangle BCD$  の面積を，それぞれ  $S_1$ ， $S_2$  とすると

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{2} \sin A, \quad S_2 = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{2} \sin C$$

となる。

四角形 ABCD の四つの内角が  $A + C = B + D$  を満たすとき， $A + C = \boxed{\text{コ}}$  となる。このとき， $\sin C$  を  $\sin A$  を用いて表せることに注意すると

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\boxed{\text{サ}}}{2} \sin A \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となる。

(数学Ⅰ，数学A第1問は次ページに続く。)

数学 I， 数学 A

ク， ケ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

|                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $AB \cdot BD$ | ④ $AB \cdot AD$ | ⑦ $AD \cdot BD$ |
| ② $BC \cdot BD$ | ⑤ $BC \cdot CD$ | ⑧ $BD \cdot CD$ |
| ③ $AB \cdot CD$ | ⑥ $AD \cdot BC$ |                 |

コ の解答群

|               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ① $90^\circ$  | ② $120^\circ$ | ③ $135^\circ$ | ④ $150^\circ$ |
| ⑤ $180^\circ$ | ⑥ $240^\circ$ | ⑦ $270^\circ$ | ⑧ $360^\circ$ |

サ の解答群

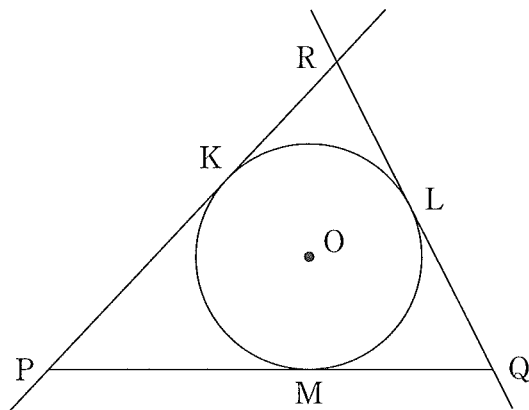
|                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| ① $AB \cdot BD + BC \cdot BD$ | ④ $AB \cdot BD - BC \cdot BD$ |
| ② $AB \cdot AD + BC \cdot CD$ | ⑤ $AB \cdot AD - BC \cdot CD$ |
| ③ $AD \cdot BD + BD \cdot CD$ | ⑥ $AD \cdot BD - BD \cdot CD$ |
| ⑦ $AB \cdot CD + AD \cdot BC$ | ⑧ $AB \cdot CD - AD \cdot BC$ |
| ⑧ $AC \cdot BD$               |                               |

(数学 I， 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

## 数学 I， 数学 A

(2) 点  $O$  を中心とする半径 6 の円  $O$  が，線分  $PQ$  上の  $P$ ， $Q$  と異なる点  $M$  において線分  $PQ$  に接している。  $P$ ， $Q$  それぞれを通る円  $O$  の接線で，直線  $PQ$  と異なるものを引き，この円との接点をそれぞれ  $K$ ， $L$  とする。以下では直線  $PK$ ， $QL$  が交わる場合を考え，その交点を  $R$  とする。このとき， $\triangle PQR$  の辺の長さについて考えよう。

(i)  $PK = 12$ ， $QL = 9$  であるときを考え， $\angle KPM = P$ ， $\angle LQM = Q$  とする。このとき，2 直線  $PK$ ， $QL$  の交点  $R$  は直線  $PQ$  に関して点  $O$  と同じ側にある。



参考図

四角形  $PMOK$  が  $\triangle PMO$  と  $\triangle PKO$  に分けられることに注意すると，四角形  $PMOK$  の面積は  $\boxed{\text{シス}}$  であることがわかる。このことから，

① を用いると， $\sin P = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  となることがわかる。

(数学 I， 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

四角形 QLOM についても同様に考えると， $\sin Q = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$  となるこ

ともわかる。よって， $PR : QR = \boxed{\text{トナ}} : \boxed{\text{ニヌ}}$  となり，これにより

$RL = \frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$  と求められるので， $\triangle PQR$  の辺の長さを求めることがで

きる。

- (ii)  $PK = 4\sqrt{2}$ ， $QL = 3\sqrt{2}$  であるときを考える。このとき，2 直線  $PK$ ， $QL$  の交点  $R$  は，直線  $PQ$  に関して点  $O$  と反対側にある。このことに注意すると  $RL = \boxed{\text{ヒフ}} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$  と求められるので， $\triangle PQR$  の辺の長さを求めることができる。

## 数学Ⅰ，数学A

### 第2問 (配点 30)

〔1〕 2次関数の最大値，最小値について考えよう。

- (1) 2次関数  $y = 2x^2 - 8x + 5$  は  $0 \leq x \leq 3$  において， $x = \boxed{\text{ア}}$  で最大値  $\boxed{\text{イ}}$  をとり， $x = \boxed{\text{ウ}}$  で最小値  $\boxed{\text{エオ}}$  をとる。

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

- (2) 太郎さんと花子さんは，(1)を振り返って 2 次関数の最大値，最小値について話している。

太郎：(1)では，2 次関数と  $x$  のとり得る値の範囲が与えられて，最大値と最小値を求めることができたね。

花子：じゃあ， $x$  の値の範囲とそのときの最大値と最小値に関する条件が与えられている場合に，条件を満たす 2 次関数を求めることはできるのかな。具体的な例で考えてみよう。

- (i) 2 次関数  $y = f(x)$  は次の条件 1 を満たすとする。

条件 1

$y = f(x)$  は  $-3 \leq x \leq 0$  において

- $x = -1$  で最大値 3 をとる。
- $x = -3$  で最小値  $-5$  をとる。

このとき， $y = f(x)$  のグラフの頂点の座標は 力 であり

$$f(x) = \text{キク} x^2 - \text{ケ} x + \text{コ}$$

である。

力 の解答群

- |            |           |            |
|------------|-----------|------------|
| ① (0, 3)   | ② (1, 3)  | ③ (3, 3)   |
| ④ (-1, 3)  | ⑤ (-3, 3) | ⑥ (0, -5)  |
| ⑦ (1, -5)  | ⑧ (3, -5) | ⑨ (-1, -5) |
| ⑩ (-3, -5) |           |            |

(数学 I， 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

## 数学 I，数学 A

(ii) 2 次関数  $y = g(x)$  は次の条件 2 を満たすとする。

### 条件 2

$a$  を正の定数とし， $y = g(x)$  の  $0 \leq x \leq a$  における最大値を  $M$ ，最小値を  $m$  とすると

- $0 < a < 3$  ならば， $m > -2$  である。
- $a \geq 3$  ならば， $m = -2$  である。
- $0 < a \leq 6$  ならば， $M = 7$  である。
- $a > 6$  ならば， $M > 7$  である。

このとき，2 次関数  $y = g(x)$  のグラフは サ の放物線であり

$$g(x) = \text{シ}$$

である。

サ の解答群

① 下に凸

② 上に凸

シ の解答群

①  $2x^2 - 12x + 16$

③  $-2x^2 + 12x - 16$

②  $2x^2 - 12x - 16$

④  $-2x^2 + 12x - 20$

③  $x^2 - 7$

⑤  $-x^2 + 7$

④  $x^2 - 6x + 7$

⑥  $-x^2 + 6x - 7$

⑤  $2x^2 - 9x + 7$

⑦  $-2x^2 + 3x + 7$

(数学 I，数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(3) 2 次関数  $y = h(x)$  は次の条件 3 を満たすとする。

条件 3

$b$  を定数とし，  $y = h(x)$  の  $b - 1 \leq x \leq b + 1$  における最大値を  $M$  とすると

- $1 \leq b \leq 7$  ならば，  $M \geq 0$  である。
- $b < 1$  または  $7 < b$  ならば，  $M < 0$  である。

太郎さんと花子さんは  $h(x)$  について話している。

太郎：(2) の条件 1 や条件 2 からは関数が一つに決まったけど， 条件 3 だけでは，  $h(x)$  が一つに決まりそうにないね。

花子：でも，  $y = h(x)$  のグラフと  $x$  軸の共有点の座標はわかりそうだね。

2 次関数  $y = h(x)$  のグラフと  $x$  軸の共有点の  $x$  座標は  および

である。ただし， ，  の解答の順序は問わない。

(数学 I， 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

## 数学 I， 数学 A

- 〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，与えられたデータに対して，次の値を外れ値とする。

「(第 1 四分位数)  $- 1.5 \times$  (四分位範囲)」以下の値

「(第 3 四分位数)  $+ 1.5 \times$  (四分位範囲)」以上の値

水泳部に所属する太郎さんは，1500 m 自由形におけるペース配分を考えるために，2021 年に開催された東京オリンピックの男子 1500 m 自由形に関するデータを分析することにした。なお，自由形とは，どのような泳ぎ方で泳いでもよい競技のことである。

分析で用いるデータは，28 人の選手における，予選で計測された記録(以下，タイム)とする。ここでは，タイムは秒単位で表すものとする。例えば，15 分 23 秒 46 であれば， $60 \times 15 + 23.46 = 923.46$  (秒)である。そして，公式順位(以下，順位)は，タイムの値が小さい方が上位となる。また，28 人の選手それぞれのタイムについて，スタートから 750 m までのタイムを  $T_{\text{前}}$  とし，750 m からゴールまでのタイムを  $T_{\text{後}}$  とする。さらに， $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{後}}$  の平均値を  $T_{\text{前後}}$  とする。

なお，以下の図や表については，World Aquatics の Web ページをもとに作成している。

(数学 I， 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

## 数学 I， 数学 A

- (1) 太郎さんは、 $T_{\text{前}}$ 、 $T_{\text{後}}$ 、 $T_{\text{前後}}$  の関係を調べることにした。図 1 は  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{後}}$  の散布図、図 2 は  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の散布図である。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。また、図 1 と図 2 において、A を付している点は、同じ選手であることを表している。

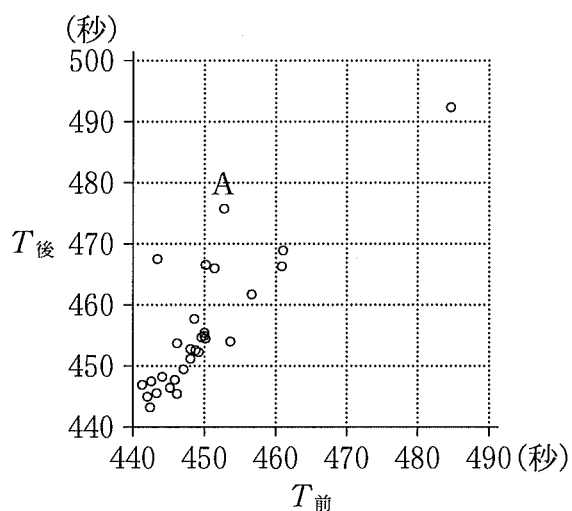


図 1  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{後}}$  の散布図

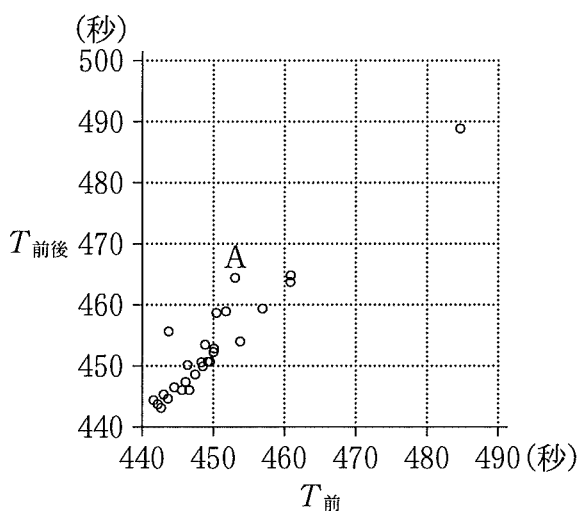


図 2  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の散布図

次の (a)、(b) は、図 1 と図 2 に関する記述である。

- (a)  $T_{\text{前}}$  が 470 秒未満である選手について、 $T_{\text{後}}$  が 460 秒以上である選手の人数と、 $T_{\text{前後}}$  が 460 秒以上である選手の人数は等しい。
- (b) A を付している点が表す選手について、 $T_{\text{前}}$  の値は  $T_{\text{前後}}$  の値より小さく、かつ  $T_{\text{後}}$  の値は  $T_{\text{前後}}$  の値より大きい。

(a)、(b) の正誤の組合せとして正しいものは ソ である。

ソ の解答群

|     | ㊦ | ㊱ | ㊲ | ㊳ |
|-----|---|---|---|---|
| (a) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (b) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

(数学 I， 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

## 数学 I，数学 A

- (2) 太郎さんは、 $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の相関係数を計算するために、表 1 のように、  
 平均値、標準偏差および共分散を求めた。

表 1  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の平均値、標準偏差、共分散

|                 | 平均値 | 標準偏差 | 共分散  |
|-----------------|-----|------|------|
| $T_{\text{前}}$  | 450 | 8.3  | 72.9 |
| $T_{\text{前後}}$ | 453 | 9.3  |      |

表 1 を用いると、 $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の相関係数は タ である。

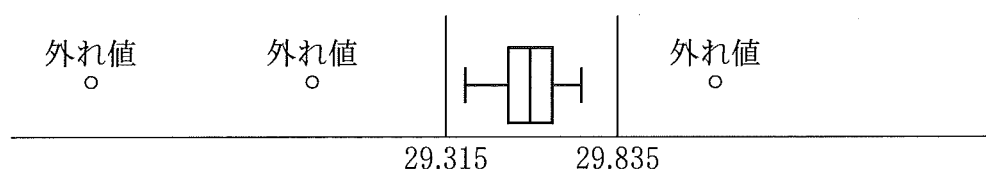
タ については、最も適当なものを、次の①～⑨のうちから一つ選べ。

|        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| ① 0.01 | ② 0.24 | ③ 0.47 | ④ 0.59 | ⑤ 0.72 |
| ⑥ 0.83 | ⑦ 0.94 | ⑧ 1.06 | ⑨ 1.38 | ⑩ 4.14 |

(数学 I，数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(3) 太郎さんは，順位とペース配分の関係調べるために，前半と後半という二分割だけではなく，より細かく分割されたタイムを用いて分析することにした。1500 m 自由形のタイムは，スタートから 50 m までのタイム，50 m から 100 m までのタイムのように，ゴールまで 50 m ごとの 30 個に分けて計測されている。そこで，これら 30 個のタイムを用いて分析する。

(i) 1 位の選手の 30 個のタイムについて考えると，外れ値かどうかを判断する二つの値である 29.315 と 29.835 が算出され，29.315 以下の 2 個のタイムと 29.835 以上の 1 個のタイムが外れ値と判断された。このとき，1 位の選手の 30 個のタイムの四分位範囲は 0. チツ 秒である。



参考図

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

## 数学 I， 数学 A

- (ii) 太郎さんは 28 人の選手それぞれについて，30 個のタイムを用いて，選手ごとの箱ひげ図を作成し，分散を計算した。図 3 は上から分散が小さい順になるように，28 人の選手それぞれの箱ひげ図を並べたものであり，30 個のタイムにおける外れ値は，白丸で示されている。なお，分散が等しい選手はいなかった。

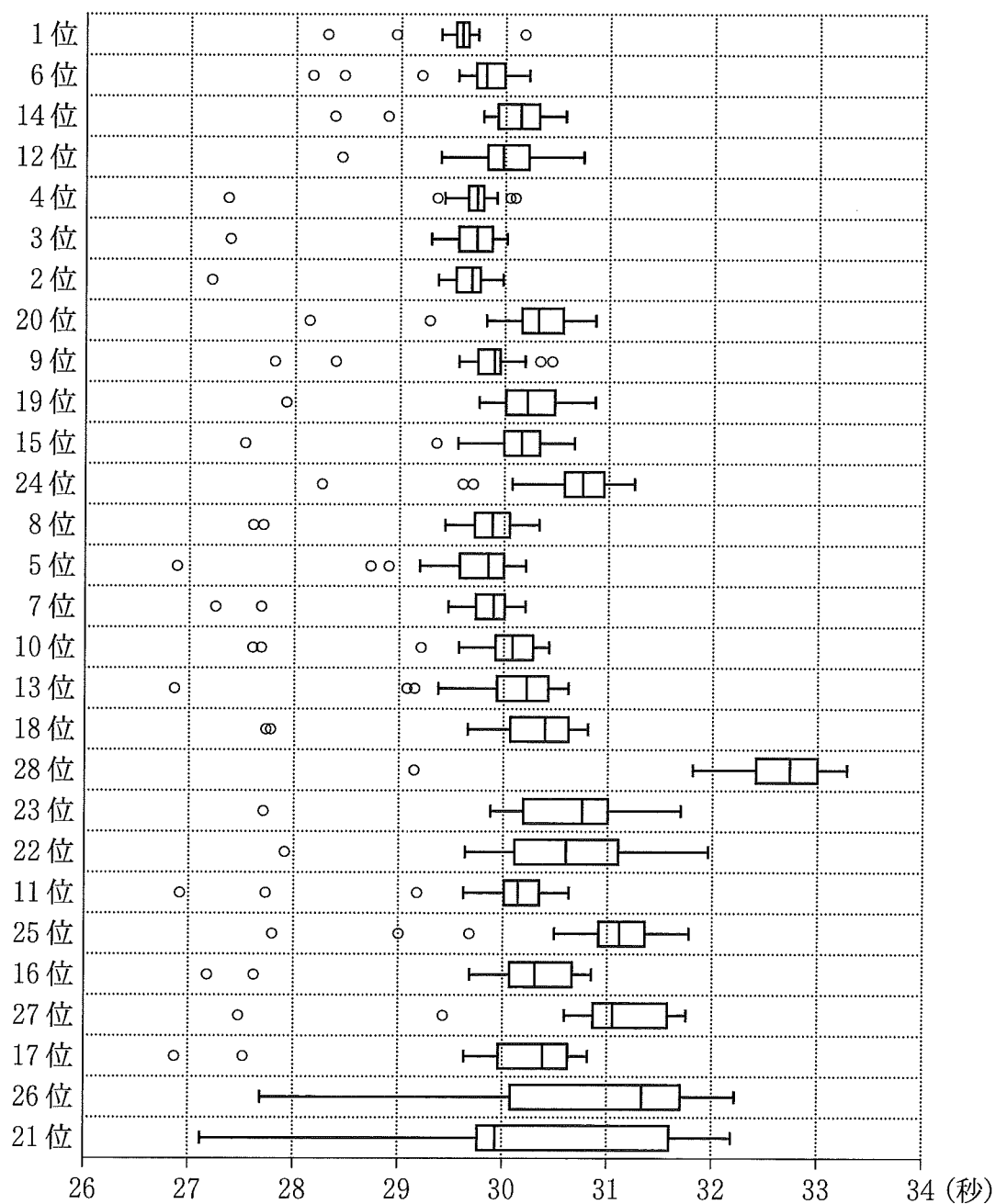


図 3 28 人の選手の順位と 30 個のタイムの箱ひげ図(上から分散の小さい順)

(数学 I， 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の (a)， (b) は， 図 3 に関する記述である。

- (a) 28 人の選手において， 29 秒より速いタイムはすべて外れ値である。  
 (b) 28 人の選手から 2 人を選んだとき， 分散の大きい選手の四分位範囲は， 分散の小さい選手の四分位範囲より小さいことがある。

(a)， (b) の正誤の組合せとして正しいものは テ である。

テ の解答群

|     | ① | ② | ③ | ④ |
|-----|---|---|---|---|
| (a) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (b) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

- (iii) 順位が 1 位から 8 位までの選手のグループを決勝進出グループ， 9 位から 28 位までの選手のグループを予選敗退グループと呼ぶことにする。決勝進出グループであり， かつ 30 個のタイムの分散が小さい方から 14 番目までの選手の人数を  $n$  (人) とすると， 表 2 のようになる。

表 2 順位と分散の表 (単位は人)

|    |          | 分散 (小さい順) |           | 計  |
|----|----------|-----------|-----------|----|
|    |          | 1 番～14 番  | 15 番～28 番 |    |
| 順位 | 決勝進出グループ | $n$       | $8 - n$   | 8  |
|    | 予選敗退グループ | $14 - n$  | $6 + n$   | 20 |
| 計  |          | 14        | 14        | 28 |

このとき， 図 3 から  $n =$  ト であることがわかる。このことから，決勝進出グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を  $P$ ， 予選敗退グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を  $Q$  とすると，  $P$  ナ  $Q$  であることがわかる。

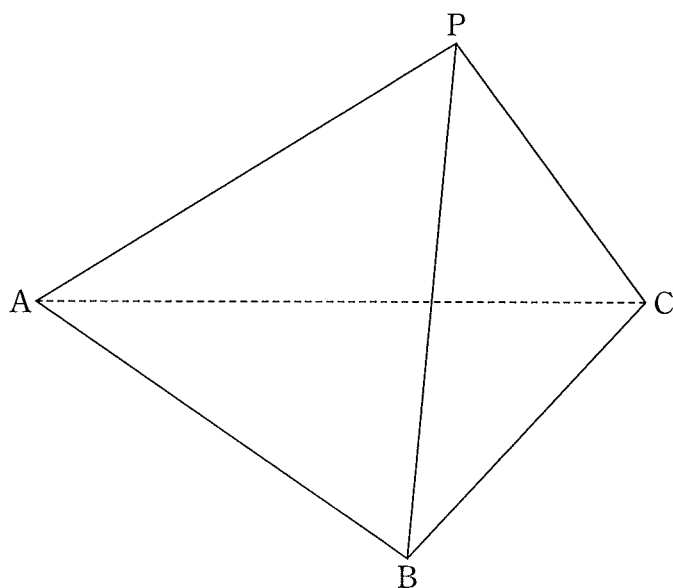
ナ の解答群

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ① | < | ② | = | ③ | > |
|---|---|---|---|---|---|

## 数学 I， 数学 A

### 第 3 問 (配点 20)

空間内に， $AB = AC = 10$ ， $BC = 12$  である二等辺三角形  $ABC$  がある。 $\triangle ABC$  の内心を  $I$  とし， $\triangle IBC$  の重心を  $G$  とする。 $G$  を通り， $\triangle ABC$  を含む平面と垂直な直線上に， $G$  と異なる点  $P$  がある。このとき， $\triangle ABC$  を底面とする三角錐  $PABC$  について考えよう。



参考図

直線  $AI$  と辺  $BC$  の交点を  $D$  とし，また，辺  $PA$  上の点  $E$  は， $\angle PED = \angle PID$  を満たしているとする。なお，以下の問題において比を解答する場合は，最も簡単な整数の比で答えよ。

(数学 I， 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (1) 直線 BI が ア ことに注意すると， $\triangle ABD$  において線分 AI と ID の長さの比を求めることができる。よって，線分 AD の長さに着目すると

$$AI = \boxed{\text{イ}}, \quad ID = \boxed{\text{ウ}}$$

であることがわかる。また，4 点 E, I, D, エ は同一円周上にある。  
よって

$$AE \cdot AP = \boxed{\text{オカ}}$$

であることがわかる。

ア の解答群

- ① 直線 AC と垂直に交わる
- ② 直線 AC とねじれの位置にある
- ③  $\angle ABC$  を 2 等分する
- ④ 辺 AC の中点を通る

エ の解答群

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ G
- ⑤ P

(数学 I， 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

## 数学 I，数学 A

(2) 線分 PI と DE の交点を F とする。このとき，線分 IF と FP の長さの比と，三角錐 PABC の体積との関係について考えよう。

(i) 次の仮定 1 のもとで三角錐 PABC の体積  $V_1$  について考える。

仮定 1

線分 IF と FP の長さの比が  $IF : FP = 3 : 2$  である。

このとき

$$PE : EA = \boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}}$$

であるから，(1)での考察に注意すると， $AP = \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$  となる。

したがって，直線 PG が  $\triangle ABC$  を含む平面に垂直であることに注意すると， $V_1 = \boxed{\text{サシ}}$  であることがわかる。

(数学 I，数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (ii) (i) の仮定 1 の代わりに次の仮定 2 をおき，三角錐 PABC の体積の変化について考える。

仮定 2

線分 IF と FP の長さの比が  $IF : FP = 1 : 3$  である。

仮定 2 のもとでの三角錐 PABC の体積  $V_2$  を，(i) で求めた  $V_1$  と比較すると， $V_2$  と  $V_1$  の比は

$$V_2 : V_1 = \boxed{\text{ス}} : \boxed{\text{セ}}$$

であるから， $\boxed{\text{ソ}}$ 。

$\boxed{\text{ソ}}$  の解答群

- ①  $V_2$  は  $V_1$  より小さい
- ②  $V_2$  と  $V_1$  は等しい
- ③  $V_2$  は  $V_1$  より大きい

## 数学 I， 数学 A

### 第 4 問 (配点 20)

1 人対 1 人で対戦する競技の大会があり，A，B，C の 3 人，または A，B，C，D の 4 人で開催される。大会はリーグ戦形式で行われる。すなわち，それぞれの人が他のすべての人と 1 回ずつ対戦する。引き分けはないものとし，A が対戦相手に勝つ確率は  $\frac{2}{3}$  であり，A 以外の 2 人が対戦するとき勝つ確率はどちらも  $\frac{1}{2}$  であるものとする。なお，各対戦の結果は互いに影響を与えないものとする。

すべての対戦が終わった後，次の優勝者の決め方により優勝者を 1 人決める。

#### 優勝者の決め方

勝ち数が一番多い人が 1 人であれば，その人を優勝者とする。そうでなければ，抽選により，勝ち数が一番多い人の中から 1 人を選び，その人を優勝者とする。ただし，勝ち数が一番多い人の人数が  $n$  人であるとき，それぞれの人が選ばれる確率は  $\frac{1}{n}$  であるものとする。

A が優勝する確率を，A，B，C の 3 人でリーグ戦を行うときと，A，B，C，D の 4 人でリーグ戦を行うときとで比較しよう。

(数学 I， 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I，数学 A

以下では，すべての対戦の勝敗を対戦結果と呼ぶ。なお，対戦結果は抽選の結果を含まない。対戦結果を示すために表を用いる。例えば，表 1 は 4 人でリーグ戦を行ったときの対戦結果の一つを示す。A から始まる行の×○○は，A が B に負け C と D に勝ち，2 勝 1 敗となったことを示す。また，勝ち数が一番多い A と B の 2 人が抽選の対象であり，そのことを✓で示す。

表 1

|   | A | B | C | D | 勝ち数 | 負け数 | 抽選 |
|---|---|---|---|---|-----|-----|----|
| A |   | × | ○ | ○ | 2   | 1   | ✓  |
| B | ○ |   | ○ | × | 2   | 1   | ✓  |
| C | × | × |   | ○ | 1   | 2   | —  |
| D | × | ○ | × |   | 1   | 2   | —  |

(数学 I，数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I， 数学 A

(1) A, B, C の 3 人でリーグ戦を行うときに A が優勝する確率を考える。

(i) A が 2 勝 0 敗ならば，A が優勝する。A が 2 勝 0 敗で優勝する確率は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

(ii) A が 1 勝 1 敗で優勝するためには，B も C も 1 勝 1 敗であることが必要である。例えば，A が勝つ相手が B であるとき，A が C に負け B が C に勝つことが必要である。表 2 は，この対戦結果を示し，この対戦結果になる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。この対戦結果になり，かつ A が抽選により優勝者に選ばれ

る確率は  $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \times \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$  である。

表 2

|   | A | B | C | 勝ち数 | 負け数 | 抽選 |
|---|---|---|---|-----|-----|----|
| A |   | ○ | × | 1   | 1   | ✓  |
| B | × |   | ○ | 1   | 1   | ✓  |
| C | ○ | × |   | 1   | 1   | ✓  |

A が勝つ相手は B, C の 2 通りあることに注意すると，A が 1 勝 1 敗で優勝

する確率は  $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$  であることがわかる。

(i) と (ii) から，A が優勝する確率は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$  である。

(数学 I， 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I，数学 A

(2) A, B, C, D の 4 人でリーグ戦を行うときに A が優勝する確率を考える。

A が 3 勝 0 敗ならば，A が優勝する。また，A が 1 勝 2 敗ならば，2 勝以上する人がいるため A は優勝しない。

A が 2 勝 1 敗で優勝する確率を，全敗する人がいる場合の確率と全敗する人がいない場合の確率の和として求める。

(i) 全敗する人がいる場合で，かつ A が 2 勝 1 敗で優勝する確率を求める。

全敗する人は B, C, D の 3 通りある。例えば，D が全敗するとき，対戦結果の一部を示すと表 3 のようになる。

表 3

|   | A | B | C | D | 勝ち数 | 負け数 | 抽選 |
|---|---|---|---|---|-----|-----|----|
| A |   |   |   | ○ |     |     |    |
| B |   |   |   | ○ |     |     |    |
| C |   |   |   | ○ |     |     |    |
| D | × | × | × |   | 0   | 3   | —  |

D が全敗する確率は  $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である。D が全敗する場合，A が 2 勝 1 敗で

優勝するためには，A が D 以外の 2 人との対戦で 1 勝 1 敗となる必要がある。

以上のことから，(1) の (ii) の結果を用い，全敗する人が B, C, D の 3 通りあることに注意すると，全敗する人がいる場合で，かつ A が 2 勝 1 敗で優勝

する確率は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$  であることがわかる。

(数学 I，数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I，数学 A

(ii) 全敗する人がいない場合で，かつ A が 2 勝 1 敗で優勝する確率を求める。

A が 2 勝 1 敗のとき，A が負ける相手は B，C，D の 3 通りある。例えば，A が負ける相手が B であるとき，対戦結果の一部を示すと表 4 のようになる。

表 4

|   | A | B | C | D | 勝ち数 | 負け数 | 抽選 |
|---|---|---|---|---|-----|-----|----|
| A |   | × | ○ | ○ | 2   | 1   |    |
| B | ○ |   |   |   |     |     |    |
| C | × |   |   |   |     |     |    |
| D | × |   |   |   |     |     |    |

このとき，A が優勝するためには，B は 2 勝 1 敗か 1 勝 2 敗であることが必要である。例えば，表 1 は，A と B が 2 勝 1 敗である対戦結果の一つを示し，A と B の 2 人が抽選の対象となったことを示す。

表 1 (再掲)

|   | A | B | C | D | 勝ち数 | 負け数 | 抽選 |
|---|---|---|---|---|-----|-----|----|
| A |   | × | ○ | ○ | 2   | 1   | ✓  |
| B | ○ |   | ○ | × | 2   | 1   | ✓  |
| C | × | × |   | ○ | 1   | 2   | —  |
| D | × | ○ | × |   | 1   | 2   | —  |

(数学 I，数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I， 数学 A

全敗する人がいない場合で，かつ A が B に負け C と D に勝ち優勝するときの対戦結果は ソ 通りある。A が負ける相手が B, C, D の 3 通りあることに注意すると，全敗する人がいない場合で，かつ A が 2 勝 1 敗で優勝する確率は  $\frac{\text{タ}}{\text{チ}}$  であることがわかる。

(i) と (ii) から，A が 2 勝 1 敗で優勝する確率は  $\frac{\text{シ}}{\text{スセ}} + \frac{\text{タ}}{\text{チ}}$  である。

以上のことから，A が 3 勝 0 敗で優勝する確率を考慮すると，A が優勝する確率は  $\frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$  であることがわかる。この確率は (1) で求めた 3 人でリーグ戦を行

うときに A が優勝する確率より  $\frac{\text{ト}}{\text{ナニ}}$  だけ ヌ。

ヌ の解答群

① 小さい

② 大きい