【問 1】

(1) 外見では区別がつかず，中身も見えない袋が2種類あり，それぞれA，Bとする．Aには赤玉1個と白玉4個，Bには赤玉3個と白玉2個が入っている．いま，Aが1袋，Bが5袋用意されており，これら6つの袋から1つの袋を選び，選んだ袋の中から玉を1つ取り出すこととする．どの袋も選ばれる確率が等しく，また，袋の中のどの玉も選ばれる確率は等しいとき，Bを選び，かつ白玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である．どちらの袋であるかを問わず，白玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である．また，取り出された玉が白玉であるとき，その玉がAから取り出された確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．

(2) 整数の組 (x_1, x_2, x_3) について，$1 \leqq x_1 < x_2 < x_3 \leqq 6$ となるような組み合わせは $\boxed{\text{キ}}$ 通りあり，$1 \leqq x_1 \leqq x_2 < x_3 \leqq 6$ となるような組み合わせは $\boxed{\text{ク}}$ 通りある．

【問 2】

$\dfrac{1}{2+\sin\alpha}+\dfrac{1}{2+\sin 2\beta}=2$ のとき，$|\alpha+\beta-8\pi|$ の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$ である．

【問 3】

四面体 OABC において，

$$\mathrm{OA} = 3,\quad \mathrm{OB} = 4,\quad \mathrm{OC} = 6,\quad \angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{BOC} = \angle\mathrm{COA} = 60^\circ$$

とする．三角形 ABC の外心を P とするとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

である．

【問 4】

複素数平面上に点 A(4) を中心とする半径 1 の円 C がある．円 C 上の点 P(z) を原点 O の周りに $\dfrac{\pi}{3}$ 回転した点を Q(w) とする．線分 AQ の長さが最大となるとき，3 点 O，P，Q を通る円の中心は $\boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}\,i$，半径は $\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である．

【問 5】

原点をOとし，点 $(0,0,1)$ を通り z 軸に垂直な平面を α とする．点Aは x 軸上，点Bは y 軸上，点 C は z 軸上の $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$z \geqq 0$ の領域を，$\mathrm{AC} = \mathrm{BC} = 8$ を満たしつつ動く．平面 α と AC の交点をPとする．点Pの x 座標は $\angle \mathrm{OCA} = \dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\pi$ のときに最大となる．また，三角形ABCの辺および内部の点が動きうる領域を V とする．ただし，点A，Bがともに原点Oに重なるときは，三角形ABCは線分OCとみなす．このとき，平面 α による V の断面積は $\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ であり，領域 V の体積に最も近い整数は $\boxed{ネ}$ である．

[以　下　余　白]