

【問 1】

- (1) 外見では区別がつかず、中身も見えない袋が2種類あり、それぞれA、Bとする。Aには赤玉1個と白玉4個、Bには赤玉3個と白玉2個が入っている。いま、Aが1袋、Bが5袋用意されており、これら6つの袋から1つの袋を選び、選んだ袋の中から玉を1つ取り出すこととする。どの袋も選ばれる確率が等しく、また、袋の中のどの玉も選ばれる確率は等しいとき、Bを選び、かつ白玉が取り出される確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。どちらの袋であるかを問わず、白玉が取り出される確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。また、取り出された玉が白玉であるとき、その玉がAから取り出された確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。
- (2) 整数の組 (x_1, x_2, x_3) について、 $1 \leq x_1 < x_2 < x_3 \leq 6$ となるような組み合わせは $\boxed{\text{キ}}$ 通りあり、 $1 \leq x_1 \leq x_2 < x_3 \leq 6$ となるような組み合わせは $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。

【問 2】

$\frac{1}{2 + \sin \alpha} + \frac{1}{2 + \sin 2\beta} = 2$ のとき, $|\alpha + \beta - 8\pi|$ の最小値は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ π である.

【問 3】

四面体 OABC において,

$$OA = 3, \quad OB = 4, \quad OC = 6, \quad \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 60^\circ$$

とする. 三角形 ABC の外心を P とするとき,

$$\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{OB} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \vec{OC}$$

である.

【問 4】

点 $A(0, a)$ を中心とする円が、放物線 $y = x^2 - \frac{1}{2}$ と異なる 2 点 B, C で接するとき、 $a > \boxed{\text{チ}}$ である。このとき、三角形 ABC の面積は ka^p 、線分 BC と放物線で囲まれた領域の面積は la^q となる。ただし、

$$k = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \quad p = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$
$$l = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \quad q = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

である。

【問 5】

4点 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(0, 0, 9)$, $P(x, y, z)$ があり, 点 P から xy 平面に下ろした垂線の足を Q とする. 点 P が 3 点 A , B , C を含む平面上を, $AP^2 + BP^2 + CP^2 \leq 100$ を満たしつつ動くとき, P が動きうる領域の面積は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ π であり, Q が動きうる

領域の面積は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ π である.

[以下余白]