問 1. a, b, c を, $0 \leqq a \leqq b \leqq c$ かつ $a+b+c=7$ を満たす実数とする. このとき, ab の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$, bc の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$, ca の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である.

問 2. 不等式

$$a\log_{10}2+b\log_{10}3+c\log_{10}5<4\log_{10}7$$

において, 左辺を最大にする自然数 a, b, c は

$$a=\boxed{キ},\ b=\boxed{ク},\ c=\boxed{ケ}$$

である. また, 不等式

$$\log_{10}7<1-\frac{1}{d}\log_{10}2$$

において, 右辺を最小にする自然数 d は

$$d=\boxed{コ}$$

である. したがって, 7^{21} は $\boxed{サ}$ 桁の数である. ただし, $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ とする.

問 3.

3 辺の長さの和が 32 であり, AB=AC である二等辺三角形 ABC がある. BC の長さを a, 三角形 ABC に内接する円の半径を r とする.

(1) $r=3$ のとき, $a=\boxed{シ}$ または $a=\boxed{ス}+\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}$ である.

(2) a を変化させるとき, 内接円の面積が最大となるのは, $r=\dfrac{\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}}$ のときである.

問 4. 原点を O とする xy 平面上に，点 A$(1,-2)$ と点 A とは異なる点 P がある．また，点 Q は直線 AP 上の点であり，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=4$ を満たしている．

(1) 点 P が原点 O であるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ である．

(2) 点 P が y 軸上を動くとき，点 Q の軌跡を C とすると，C は中心 $\left(\boxed{ナ},\boxed{ニ}\right)$，半径 $\boxed{ヌ}$ の円から，点 A を除いた曲線である．また，点 $(3,-2)$ を通る直線が図形 C の接線であるとき，その傾きは，$\pm\dfrac{\sqrt{\boxed{ネ}}}{\boxed{ノ}}$ である．

問 5. 原点を O とする xy 平面において, 実数 t に対して, 直線

$$L:\ y=(2t-3)x-t^2+2$$

を考える. 直線 L は, 実数 t の値によらず, 放物線 $y=ax^2+bx+c$ の接線となる. このとき, 定数 a, b, c の値は

$$a=\boxed{\text{ハ}},\ b=\boxed{\text{ヒ}},\ c=\boxed{\text{フ}}$$

である. また, t が $1 \leqq t \leqq 2$ を動くときに直線 L が通過する領域のうち, $0 \leqq x \leqq 2$ の範囲にある部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である.

〔以　下　余　白〕