問 1. 3 次式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ を考える。ただし a, b, c, d は実数の定数で，$a \neq 0$ とする。方程式 $f(x) = 0$ の解の 1 つが $x = \alpha$（ただし，α は実数で $\alpha \neq 0$）であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の 3 つの実数解のすべての和が α であり，すべての積が $-\alpha$ であるとき，3 つの解は $x = \alpha$, $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ である。このとき，方程式 $f(x) - (a^3 + 2a^2)(x - \alpha) = 0$ の 3 つの実数解のすべての和は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ の 3 つの実数解のすべての和が α であるとき，$ad - bc$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

問 2. i は虚数単位とし，次のように 2 つの複素数

$$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}i}{2}, \qquad \beta = \frac{-1 - \sqrt{5}i}{2}$$

を定める。次の各問いに答えよ。

(1) α と β を 2 つの解とする x の 2 次方程式は $\boxed{\text{オ}}$ である。ただし，最高次数の係数は 1 とする。

(2) $\alpha^n + \beta^n$ の値は

$n = 3$ のとき $\boxed{\text{カ}}$ ，$n = 4$ のとき $\boxed{\text{キ}}$ ，$n = 5$ のとき $\boxed{\text{ク}}$

である。

問 3. 円 $(x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=1$ と放物線 $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}$ を考える。次の各問いに答えよ。

(1) 円と放物線の交点の座標は $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コ}}$ である。

(2) 円周上の点を P とする。(1) で求めた 2 つの交点と点 P で作られる三角形の面積が最大となる P の座標は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(3) 円が放物線で切り取られる図形のうち，小さい方の図形の面積は $\boxed{\text{シ}}$ である。

問 4. 縦 x cm，横 y cm，高さ z cm の直方体がある。この直方体の対角線の長さは 3 cm，全表面積は 16 cm^2 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $x + y + z$ の値は $\boxed{\text{ス}}$ である。

(2) この直方体の最小の体積は $\boxed{\text{セ}}$ cm^3 である。

(3) この直方体が最大の体積をもつとき，最も長い辺の長さは $\boxed{\text{ソ}}$ cm である。

問5. 区別のできない4個の箱があり，いますべて空き箱である。4個のボールに1から4までの番号が1つずつ書かれている。以下の手順で4個のボールを番号順に1個ずつ箱に割り振っていく。ここでαは正の実数とする。

1. 空き箱を1つ取りだして，番号1のボールを割り振る。
2. 番号k $(k=2,3,4)$のボールは，いずれかの箱に以下の確率で割り振る。

   すでにボールが入っている箱には，

$$\frac{\text{箱に入っているボールの個数}}{\alpha+(k-1)}$$

   の確率で割り振り，残る確率$\alpha/(\alpha+(k-1))$で任意の空き箱に割り振る。

例えば，2つのボールが1つの箱に割り振られ，残りの3つの箱は空き箱とする。番号3のボールは，2つのボールが入っている箱に確率$2/(\alpha+2)$で割り振られ，残る空き箱のいずれかに確率$\alpha/(\alpha+2)$で割り振られる。

次の各問いに答えよ。ただし，すべての問いにおいて$\alpha=2$とする。

(1) 1つの箱に4個のボールを割り振る確率は $\boxed{タ}$ である。

(2) 1つの箱にボールを3個，もう1つの箱にボールを1個割り振る確率は $\boxed{チ}$ である。

(3) 空き箱がちょうど2つになるように4個のボールが割り振られたとき，1つの箱にボールが3個，もう1つの箱にボールが1個割り振られている条件つき確率は $\boxed{ツ}$ である。

〔以　下　余　白〕