

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) xy 平面上の曲線 $y = -2x^2 + 4|x| - 2x + 1$ と x 軸との共有点の x 座標の値は ア , イ である。ただし ア < イ とする。また、曲線 $y = -2x^2 + 4|x| - 2x + 1$ と直線 $y = mx + 1$ がちょうど 3 つの共有点をもつとき、定数 m の取りうる値の範囲は ウ < m < エ である。

(2) 1 から 5 までの数字が記された白いカードがそれぞれ 1 枚ずつと、1 から 4 までの数字が記された赤いカードがそれぞれ 1 枚ずつ、合計 9 枚のカードがある。この 9 枚のカードの中から 3 枚を同時に取り出したとき、白いカードがちょうど 1 枚だけ取り出される事象を A とし、1 の数字が記されたカードが取り出される事象を B とし、1 の数字が記された赤いカードが取り出される事象を C とする。このとき、事象 A が起こる確率は オ であり、事象 A と事象 B が同時に起こる確率は カ である。また、事象 A が起こったとき、事象 C が起こる条件付き確率は キ である。ただし、 オ , カ , キ はすべて既約分数で答えよ。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) xy 平面において、連立不等式

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad 3x + 2y \geq 6, \quad x^2 + y^2 + 2x + 2y - 34 \leq 0$$

が表す領域を D とする。

(i) 点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $2x + y$ の最大値は ア であり、最小値は イ である。

(ii) 点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $x^2 + y^2 - 10x - 10y$ の最大値は ウ であり、最小値は エ である。

(2) 座標空間内の 5 点 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 3)$, $D(0, 0, 5)$, $P(t, -t, t^2 + 2)$ を考える。ただし、 t は正の実数とする。

(i) ベクトル \vec{n} は \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} の両方に垂直で、 \vec{n} と \overrightarrow{AD} の内積 $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AD}$ について $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AD} > 0$ が成り立ち、 $|\vec{n}| = 1$ であるとする。 \vec{n} を成分表示すると $\vec{n} =$ オ となる。

(ii) 点 P が 3 点 A, B, C の定める平面上にあるとき、 t の値は $t =$ カ である。

(iii) $|\overrightarrow{DP}|$ が最小となるとき、 t の値は $t =$ キ である。

[3] 関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ (a, b は定数) は $x = -1$ で極値 12 をとるとする. xy 平面において, 曲線 $y = f(x)$ と x 軸との共有点の x 座標のうち, 最も小さい値を α とし, 最も大きい値を β とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 定数 a, b の値を求めよ. さらに関数 $f(x)$ の 12 以外の極値と, その極値をとる x の値を求めよ.
- (2) α, β および $\alpha^4 + \beta^4$ の値を求めよ.
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる 2 つの部分の面積の和を求めよ.