

I 以下の に最もふさわしい数，式または命題などを求め，所定の解答欄に記入しなさい。分数は分母を有理化して答えなさい。

(1) $\log_3 27 = \text{ (ア)}$ ， $\log_5 \frac{1}{25} = \text{ (イ)}$ ， $\log_9 3 = \text{ (ウ)}$ である。

実数 x が $\log_3 27 + \log_5 25 - 2\log_9 \frac{1}{3} = \log_2 x$ を満たすならば $x = \text{ (エ)}$

である。

(2) 実数 x に関する命題「 x が整数ならば， x^2 は整数である」の逆を (オ)

に記し，その真・偽を (カ) に記しなさい。

(3) 数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^3$ で

あるとき， $a_2 = \text{ (キ)}$ ， $a_{100} = \text{ (ク)}$ である。

(4) 実数 a, b ，虚数単位 i に対し， $(a + bi)^2 = 1 + \sqrt{3}i$ が成り立っている

とする。このとき， $(a - bi)^2 = \text{ (ケ)}$ となる。また， $a > 0$ ならば，

$a = \text{ (コ)}$ ， $b = \text{ (サ)}$ である。

(5) 不定方程式 $2x - 3y = 1$ のすべての整数解は， k を整数とすると，

$x = \text{ (シ)}$ $k + \text{ (ス)}$ ， $y = \text{ (セ)}$ $k + \text{ (ソ)}$

と表される。同様にして，不定方程式 $2x - 3y = 2020$ のすべての整数解は， k

を整数とすると，

$x = \text{ (タ)}$ $k + \text{ (チ)}$ ， $y = \text{ (ツ)}$ $k + \text{ (テ)}$

と表される。

II 以下の に最もふさわしい数または式を求め、所定の解答欄に記入しなさい。分数は分母を有理化して答えなさい。

(1) $AB = \sqrt{2}$, $AC = 5\sqrt{2}$, $\angle BAC = 60^\circ$ となる三角形 ABC を考える。

BC = (ト) であり、三角形 ABC の面積は (ナ) である。また、三角形 ABC の内接円の半径は (ニ) である。

(2) $0 \leq \theta \leq \pi$ を満たす定数 θ に対して、2 次関数

$$f(x) = x^2 - 2(\sin \theta + \cos \theta)x + \frac{3}{2}$$

を考える。放物線 $y = f(x)$ の頂点 P の座標を (p, q) とすると、 $p =$ (ヌ)

である。放物線 $y = f(x)$ と x 軸の交点が 1 つ以上存在するような θ の範囲は

(ネ) である。 θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ を動くとき、 p が取り得る値の範囲は

(ノ) であり、点 P (p, q) の軌跡は曲線 $q =$ (ハ) (ただし、 p は

(フ) の範囲を動く) である。

(3) 5 つの点 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 がある。 A_1 から出発し、現在いる点以外の 4 つの点のいずれかに移動することを繰り返す。それぞれの点に移動する確率は等しいものとする。

3 回の移動の間に少なくとも 1 度は A_1 に戻る確率は (ヒ) である。 n 回

の移動の間に少なくとも 1 度は A_1 に戻る確率は (フ) であり、 (フ) が

はじめて $\frac{99}{100}$ より大きくなるのは $n =$ (ヘ) のときである。必要ならば、

$\log_{10} 2 \doteq 0.3010$, $\log_{10} 3 \doteq 0.4771$ を用いてもよい。

Ⅲ 以下の に最もふさわしい数または式を求め、所定の解答欄に記入しなさい。

$AB = AC = AD = 1$, $BC = CD = DB = a$ を満たす四面体 $ABCD$ を考える。

ただし, $a > 0$ とする。

(1) 点 O が $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ を満たすならば,

$$\vec{AO} = \text{ (ホ) } \vec{AB} + \text{ (マ) } \vec{AC} + \text{ (ミ) } \vec{AD}$$

と表せる。

(2) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \text{ (ム) }$ である。

(3) $|\vec{AO}|^2 = \text{ (メ) }$, $|\vec{BO}|^2 = \text{ (モ) }$ である。

(4) $a = 1$ のとき, $\cos \angle AOB = \text{ (ヤ) }$ である。

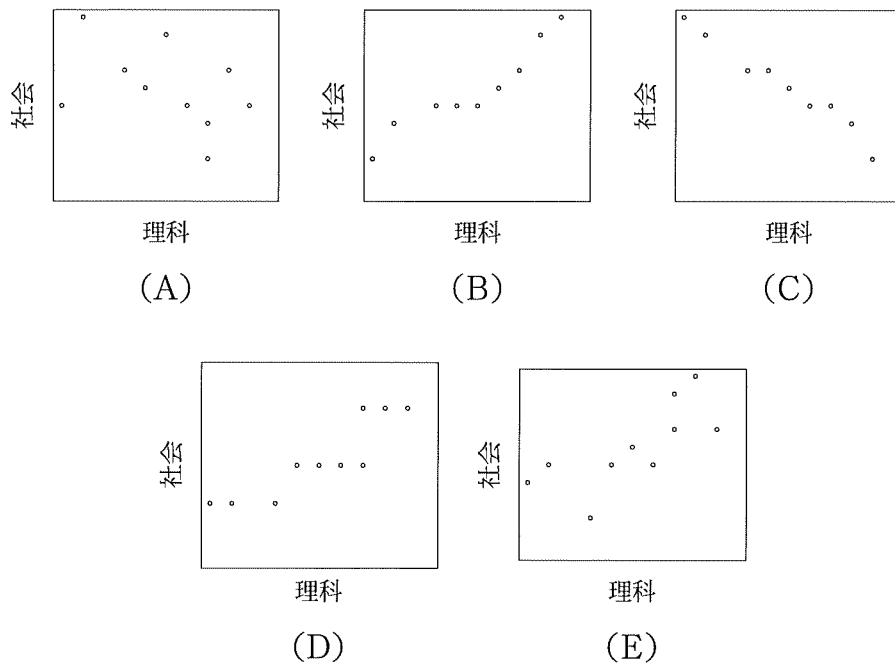
IV 以下の に最もふさわしい数または式などを求め、所定の解答欄に記入しなさい。分数は分母を有理化して答えなさい。

次の表は、あるクラスの生徒 10 人に対して行われた、理科と社会のテスト（各 100 点満点）の得点をまとめたものである。

生徒番号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	平均	分散	共分散
理科	10	30	40	90	70	60	70	(ヨ)	50	80	50	(ラ)	-270
社会	100	70	60	(リ)	40	50	20	50	(ル)	70	60	500	

(1) 次の図 (A) から (E) のうち、このデータの散布図として適切なものは

(ユ) である。



(2) 生徒⑧の理科の得点は (ヨ) であり、理科の得点の分散は (ラ) である。

(3) 生徒④の社会の得点は (リ) であり、生徒⑨の社会の得点は (ル) である。

(4) 理科と社会の得点の相関係数は (レ) である。

V 以下の に最もふさわしい数または式を求め、所定の解答欄に記入しなさい。また、(2)と(3)は指示に従って解答しなさい。

関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ を考える。

(1) $f(x)$ の極大値は (ロ) であり、極小値は (ワ) である。

(2) $f(x)$ の極小値を与える x の値を a と表す。 $0 < t < a$ として、 xy 平面上の 3 点 $(0, 0)$, $(t, 0)$, $(t, f(t))$ を頂点とする三角形の面積を $S(t)$ とする。 $S(t)$ の最大値 S^* と $S(t) = S^*$ となる t の値を求めなさい。ただし、求める過程も書きなさい。

(3) (2) で求めた t の値を t^* と表す。 xy 平面上の 2 点 $(0, 0)$, $(t^*, f(t^*))$ を通る直線 l と曲線 $y = f(x)$ を図示しなさい。

(4) 直線 l と曲線 $y = f(x)$ に囲まれた部分の面積は (ヲ) である。