

[ I ] 以下の問の  ～  にあてはまる適切な数または式を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1)  $x$  の関数  $f(x)$  が等式

$$f(x) = 2x^2 - 4x - \int_0^1 f(t) dt$$

を満たすとき  $f(x)$  を求めると、 $\int_0^1 f(t) dt =$   である。

(2) 不等式  $x^2 - 5x + 3 - 2 \log_3 x < 0$  を満たす自然数  $x$  は  個ある。

(3) 5人が着席できる円形のテーブル①、②、③がある。AとBを含む15人全員が無作為にテーブルに着席する。

(i) AとBが、ともに①のテーブルに着席する確率は  である。

(ii) AとBが、隣り合って着席する確率は  である。

(4)  $\angle ABC$  と  $\angle ACB$  が鋭角である三角形  $ABC$  において、頂点  $A$  から辺  $BC$  におろした垂線と辺  $BC$  との交点を  $Q$  とおくと、 $BQ = 10$ 、 $QC = 8$  である。また、辺  $AB$  上に動点  $P$  をおき、2つの線分  $AQ$  と  $PC$  の交点を  $R$  とする。 $PR = 7$  となる位置に点  $P$  を動かすと、 $RC = 9$  である。

(i)  $PR = 7$  のとき、 $PB =$   である。

(ii) 辺  $AB$  を  $4:1$  に内分する位置に点  $P$  を動かすと、 $AR =$   である。

(5)  $xy$  平面上の放物線  $y = x^2$  上を動く 2 点 A, B と原点 O を線分で結んだ三角形 AOB において、 $\angle AOB = 90^\circ$  である。このとき、三角形 AOB の重心 G の軌跡の方程式は  $y = \boxed{\text{キ}}$  である。

(6) 正の整数の列  $\{a_n\}$  :

1, 2, 8, 3, 12, 27, 4, 16, 36, 64, 5, 20, 45, 80, 125, 6, ...

がある。この数列  $\{a_n\}$  を次のように群に分け、第  $s$  群には  $s$  個の整数が入るようにする。

|       |  |       |  |           |  |               |  |                    |  |        |
|-------|--|-------|--|-----------|--|---------------|--|--------------------|--|--------|
| 1     |  | 2, 8  |  | 3, 12, 27 |  | 4, 16, 36, 64 |  | 5, 20, 45, 80, 125 |  | 6, ... |
| 第 1 群 |  | 第 2 群 |  | 第 3 群     |  | 第 4 群         |  | 第 5 群              |  |        |

- (i) 第  $s$  群の  $t$  番目の項を  $s$  と  $t$  の式で表すと  $\boxed{\text{ク}}$  である。ただし、 $t$  は  $t \leq s$  を満たす。
- (ii)  $\{a_n\}$  の 77 番目の項は  $a_{77} = \boxed{\text{ケ}}$  である。
- (iii) 群内の項の総和が、初めて群内の最後の項の 5 倍以上になるのは、第  $\boxed{\text{コ}}$  群である。

(7)  $xy$  平面上に点 P(9, 3) と点 Q(3, 1) がある。点 Q を中心に、点 P を反時計回りに  $15^\circ$  回転させた点を  $P'$  とする。ただし、 $PQ = P'Q$  である。このとき、点  $P'$  の座標を求めると、 $x$  座標は  $\boxed{\text{サ}}$  である。

《〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕は、13ページ以降にあります》

〔Ⅱ〕 以下の間の  ～  にあてはまる適切な数または式を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

$xy$  平面上に不等式  $(k^2 - 2k)x^2 + (2k - 2)xy - 10(k - 2)x - 10y + y^2 \leq 0$  で表される領域  $D$  がある。 $D$  の境界線である 2 直線のうち、傾きが正であるものを  $l_1$ 、もう一方を  $l_2$  とおく。 $l_1$  と  $x$  軸の正の向きとの成す角を  $\theta$  とおく。

また、放物線  $C: y = \alpha(x - 5)^2 + \beta$  の  $x = k + 5$  における接線は  $l_2$  に一致する。

ただし、 $\alpha, \beta$  は実数であり、 $k$  は  $0 < k < 2$  を満たす実数とする。

(1)  $l_1$  の方程式は  $y =$   であり、 $l_2$  の方程式は  $y =$   である。

(2)  $\alpha$  の値は  であり、 $\beta$  を  $k$  の式で表すと  である。

(3)  $C$  が  $l_1$  と異なる 2 点で交わる  $k$  の値の範囲は  である。

(4)  $\tan \theta = \frac{5}{4}$  のとき、 $k$  の値は  であり、このとき  $y \leq \alpha(x - 5)^2 + \beta$  の表す領域と  $D$  の共通部分の面積は  である。

〔Ⅲ〕 以下の問(1), (3)の  ,  にあてはまる適切な数を, 解答用紙の所定の欄に記入し,  にあてはまる適切な文字を, 解答用紙の所定の欄にあるアルファベットから選び, 丸で囲みなさい。

問(2)の箱ひげ図は, 解答用紙の所定の欄に作図しなさい。ただし, 平均値は記入しなくてもよい。

ある大学で, 複数の科目を受験科目とする入学試験を実施した。下記の表は, すべての科目の合計点が上位 10 名に入る受験者について, 数学の点数のみを抜き出したものである。この 10 名の数学の点数の平均値は 84.0 点, 分散は 53.0 である。ただし, 試験の点数はすべて整数値であり, 平均値と分散は四捨五入されていないものとする。また,  $x, y$  は  $x > y$  を満たす。

| 受験者 | 数学の点数 (点) |
|-----|-----------|
| A   | 95        |
| B   | 70        |
| C   | 88        |
| D   | 84        |
| E   | 91        |
| F   | 79        |
| G   | 83        |
| H   | 81        |
| I   | $x$       |
| J   | $y$       |

(1) 受験者 I の数学の点数は  点である。

(2) この 10 名の数学の点数の箱ひげ図を作図しなさい。

(3) 入学試験に合格した受験者のうち, 一部はこの大学に入学しなかった。入学した受験者のすべての科目の合計点上位 10 名を調べたところ, 受験者 A から J の 10 名のうち 9 名と受験者 K であった。この受験者 K を含む 10 名の数学の点数の平均値は 83.0 点, 分散は 62.0 である。ただし, 平均値と分散は四捨五入されていないものとする。このとき, 受験者 A から J の中で 入学しなかった受験者は  であり, 受験者 K の数学の点数は  点である。