［I］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

（1） 座標空間に3点O$(0,\ 0,\ 0)$，A$(1,\ 0,\ a)$，B$(0,\ 1,\ b)$をとり，O，A，Bによって定められる平面をαとする。ただし$a>0$，$b>0$とする。平面αとxy平面との交線をℓとすると，ℓはOを通り，ベクトル$\vec{u}=\left(1,\ \boxed{\text{（あ）}},\ 0\right)$に平行な直線である。また平面$\alpha$と$xy$平面のなす角を$\theta$$\left(\text{ただし } 0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$とすると，$\cos\theta=\boxed{\text{（い）}}$である。

（2） 関数$f(x)=\dfrac{\log x}{\sqrt{x}}$ $(x>0)$は$x=\boxed{\text{（う）}}$において最大値をとる。曲線$y=f(x)$と直線$x=\boxed{\text{（う）}}$およびx軸で囲まれた図形Dの面積は$\boxed{\text{（え）}}$である。また，図形Dをx軸のまわりに1回転してできる立体の体積は$\boxed{\text{（お）}}$である。

（3） x，yを実数，iを虚数単位として$z=x+yi$により複素数zに対応する座標平面上の点P$(x,\ y)$をP(z)または単にzと表す。方程式$3x-4y+1=0$で表される直線をℓとする。複素数αを$\alpha=\boxed{\text{（か）}}$とおくと，$\ell$の方程式は$\alpha z+\overline{\alpha}\overline{z}+1=0$と書かれる。$z$が$\ell$上にあるとき$w=\dfrac{1}{z}$は複素数$\boxed{\text{（き）}}$を中心とする半径$\boxed{\text{（く）}}$の円周上にある。また，複素数$\beta$を$\beta=\boxed{\text{（け）}}$とおくと，$\ell$は2点O$(0)$，B$(\beta)$を結ぶ線分の垂直二等分線である。$\ell$上にあってO$(0)$に最も近い点を$P_0(z_0)$とするとき，$\ell$上の点$Q_1(z_1)$，$Q_2(z_2)$を，$\angle P_0OQ_1=\angle P_0OQ_2=\dfrac{\pi}{4}$であり，かつ$z_1$の実部が$z_2$の実部より小さくなるように定めると$z_1=\boxed{\text{（こ）}}$，$z_2=\boxed{\text{（さ）}}$となる。

[II]

以下の文章の空欄に適切な式を入れて文章を完成させなさい。ただし記入する式は，文字 n についての整式で，可能な限り因数分解されたものとする。

n を 2 以上の自然数とする。1 から n までの番号が 1 つずつ書かれた n 枚のカードが用意されている。まず A 君がこの中から無作為に同時に 2 枚のカードを引いてその番号を記録し，カードを 2 枚とももとに戻した後，B 君が無作為に同時に 2 枚のカードを引いてその番号を記録する。

(1) A 君，B 君のうち少なくとも 1 人が番号 1 のカードを引く確率は $\dfrac{\boxed{\text{(あ)}}}{\boxed{\text{(い)}}}$ である。

(2) A 君と B 君が共通に引くカードが 1 枚だけである確率は $\dfrac{\boxed{\text{(う)}}}{\boxed{\text{(え)}}}$ である。

(3) A 君，B 君のうち 1 人のみが 2 以下の番号のカードを 1 枚以上引く確率は $\dfrac{\boxed{\text{(お)}}}{\boxed{\text{(か)}}}$ である。

(4) A 君が記録した番号の大きい方と，B 君が記録した番号の大きい方が一致する確率は $\dfrac{\boxed{\text{(き)}}}{\boxed{\text{(く)}}}$ である。

(5) A 君が記録した番号の小さい方が，B 君が記録した番号の大きい方以上である確率は $\dfrac{\boxed{\text{(け)}}}{\boxed{\text{(こ)}}}$ である。

［Ⅲ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

関数 $f(x)$，$g(x)$ を $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$，$g(x)=\dfrac{1}{\tan^2 x}$ と定める。

（1） 定数 a を $a=\boxed{\text{（あ）}}$ と定めると，$0<x<\dfrac{\pi}{2}$ のとき

$$f(x)+f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=af(2x)$$

が成り立つ。

（2） 自然数 n に対して

$$S_n=\sum_{k=1}^{2^n-1} f\left(\frac{k\pi}{2^{n+1}}\right),\quad T_n=\sum_{k=1}^{2^n-1} g\left(\frac{k\pi}{2^{n+1}}\right)$$

とおく。このとき S_1，S_2，S_3 の値を求めると

$$S_1=\boxed{\text{（い）}},\quad S_2=\boxed{\text{（う）}},\quad S_3=\boxed{\text{（え）}}$$

である。また S_n と S_{n+1} の間には $S_{n+1}=\boxed{\text{（お）}}$ の関係がある。このことから，S_n を n の式で表すと $S_n=\boxed{\text{（か）}}$ となる。また T_n を n の式で表すと $T_n=\boxed{\text{（き）}}$ である。したがって，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ に対して $\sin\theta<\theta<\tan\theta$ であることに注意すると，

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{2^n-1}\frac{1}{k^2}=\boxed{\text{（く）}}$$

がわかる。

[Ⅳ]

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。また設問(4)に答えなさい。

$b>0$, $c>0$ として関数 $f(x)=b\left(1-\dfrac{x^2}{c}\right)$ $(0\leqq x\leqq\sqrt{c}\,)$ を考える。また曲線 $y=f(x)$ および x 軸, y 軸で囲まれた図形の面積を A とする。

(1) A を一定に保つとき, b を A と c の式で表すと $b=\boxed{\text{(あ)}}$ となる。以下この式により文字 b を消去する。

(2) 曲線 $y=f(x)$ $(0\leqq x\leqq\sqrt{c}\,)$ 上の点 $(x,\ f(x))$ と原点Oの距離を $r(x)$ で表す。$c\geqq\boxed{\text{(い)}}$ のとき関数 $r(x)$ は区間 $0\leqq x\leqq\sqrt{c}$ において増加し, $0<c<\boxed{\text{(い)}}$ のとき関数 $r(x)$ は1点 x_0 (ただし $0<x_0<\sqrt{c}\,$) において最小値 r_0 をとる。x_0 と r_0 を A と c の式で表すと $x_0=\boxed{\text{(う)}}$, $r_0=\boxed{\text{(え)}}$ である。

(3) c が $0<c<\boxed{\text{(い)}}$ を満たしつつ変化するとき, r_0 は $c=\boxed{\text{(お)}}$ において最大値をとる。$c=\boxed{\text{(お)}}$ のとき, 原点Oと点 $(x_0,\ f(x_0))$ を結ぶ線分が x 軸の正の向きとなす角を θ とすると $\cos\theta=\boxed{\text{(か)}}$ である。

(4) 曲線 $y=f(x)$ $(0\leqq x\leqq\sqrt{c}\,)$ の長さを $L(c)$ とする。一般に $s\geqq 0$, $t\geqq 0$ のとき $\sqrt{s}\leqq\sqrt{s+t}\leqq\sqrt{s}+\sqrt{t}$ であることを用いて

$$\lim_{c\to\infty}\frac{L(c)}{\sqrt{c}}=1,\quad \lim_{c\to+0}\sqrt{c}\,L(c)=\frac{3A}{2}$$

となることを示しなさい。