注　意　問題1, 2, 3, 4, 5の解答を，**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。空欄（ア）～（ヌ）については，分数は既約分数にするなど最もふさわしいもの（数，式など）を**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。

1

（1）　i を虚数単位とする。複素数平面上で $z=x+yi$ は，$|z|=1$ かつ $y \geqq 0$ を満たしながら動くとする。ただし，x と y は実数である。このとき，点 z のえがく図形を C とする。また，C 上に2点 $A_1(z_1)$，$A_2(z_2)$ をとったとき，線分 A_1A_2 の中点をMとする。

（i）　$z_1=1$ とする。点 $A_2(z_2)$ が C 上を動くとき，Mがえがく曲線と実軸で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{（ア）}}$ である。

（ii）　2点 $A_1(z_1)$，$A_2(z_2)$ が $z_2\overline{z_1}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ を満たしながら C 上を動くとき，Mがえがく曲線の長さは $\boxed{\text{（イ）}}$ である。ただし，$\overline{z_1}$ は z_1 と共役な複素数である。

（2）　次の2つの放物線

$$C_1 : y=x^2,\ C_2 : y=x^2-4$$

を考える。C_2 上の点 $P(t,\ t^2-4)$ から C_1 に2本の接線を引く。これら2本の接線と C_1 の接点をA，Bとする。ただし，点Aの x 座標は点Bの x 座標より小さいとする。このとき，点Aの x 座標は，t を用いて表すと $\boxed{\text{（ウ）}}$ となる。

次に，線分PAを1：2に内分する点をQ，線分QBを2：3に内分する点をRとする。このとき，$\overrightarrow{PR}=\boxed{\text{（エ）}}\,\overrightarrow{PA}+\boxed{\text{（オ）}}\,\overrightarrow{PB}$ である。点Pが C_2 上を動くとき，点 $R(x,\ y)$ の軌跡の方程式は $y=\boxed{\text{（カ）}}$ である。

2

（1） $P(x)$を整式とし，$P'(x)$を$P(x)$の導関数とする。このとき，$x=\alpha$が方程式$P'(x)=0$の解となることは，$x=\alpha$が方程式$P(x)=0$の2重解となるための必要条件であることを証明しなさい。

（2） kが0でない実数を動くとき，放物線$C_1 : y=kx^2$と円$C_2 : (x-5)^2+y^2=7$の共有点の個数は最大で $\boxed{\text{（キ）}}$ 個である。

（3） （2）において，放物線C_1と円C_2の共有点の個数がちょうど1個となるkを考える。このとき，共有点のx座標はkの値によらず $\boxed{\text{（ク）}}$ である。また，kの取り得る値は $\boxed{\text{（ケ）}}$ である。

3

赤い玉と白い玉が3個ずつ入った箱があり，次のような操作を繰り返す。表の出る確率が p，裏の出る確率が $1-p$ のコインを投げ，

- 表が出た場合，1個の玉を箱から取り出す。
- 裏が出た場合，2個の玉を同時に箱から取り出す。

(1) $p=\dfrac{1}{2}$ とし，各操作で取り出した玉はもとの箱に戻すものとする。2回の操作で取り出した玉の色がすべて赤である確率は $\boxed{\text{（コ）}}$ である。

また，3回の操作で取り出した玉の総数が5個であるという条件の下で，取り出した玉の色がすべて赤である確率は $\boxed{\text{（サ）}}$ である。

(2) $p=\dfrac{1}{2}$ とし，各操作で取り出した玉は箱に戻さないものとする。2回の操作で取り出した玉の色がすべて赤である確率は $\boxed{\text{（シ）}}$ である。

(3) $0<p<1$ とし，各操作で取り出した玉は箱に戻さないものとする。3回の操作で赤い玉と白い玉をちょうど2個ずつ取り出す確率は $\boxed{\text{（ス）}}$ である。

また，3回の操作で取り出した赤い玉と白い玉の数が等しい確率が $1-p$ となるのは $p=\boxed{\text{（セ）}}$ のときである。

4

実数全体で定義された連続な関数 $f(x)$ に対し，

$$g(x)=\int_0^{2x} e^{-f(t-x)}\,dt$$

とおく。

（1） $f(x)=x$ のとき，$g(x)=$ $\boxed{\text{（ソ）}}$ である。

（2） 実数全体で定義された連続な関数 $f(x)$ に対し，$g(x)$ は奇関数であることを示しなさい。

（3） $f(x)=\sin x$ のとき，$g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を求めると，$g'(x)=$ $\boxed{\text{（タ）}}$ である。

（4） $f(x)$ が偶関数であり，$g(x)=x^3+3x$ となるとき，$f(x)=$ $\boxed{\text{（チ）}}$ である。このとき，$\int_0^1 f(x)\,dx$ の値は $\boxed{\text{（ツ）}}$ である。

5

平行四辺形ABCDにおいて，AB＝2，BC＝3とし，対角線ACの長さを4とする。辺AB，BC，CD，DA上にそれぞれ点E，F，G，Hを AE＝BF＝CG＝DH＝xを満たすようにとる。ただし，xは$0<x<2$の範囲を動くとする。さらに，対角線AC上に点Pを AP＝x^2を満たすようにとる。以下では，平行四辺形ABCDの面積をSとする。

(1)　△AEPの面積をT_1とする。$\dfrac{T_1}{S}$は，xを用いて表すと $\boxed{\text{（テ）}}$ となる。

(2)　△EFPの面積をT_2とする。$\dfrac{T_2}{S}$は，$x=$ $\boxed{\text{（ト）}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{（ナ）}}$ をとる。

(3)　△GHPの面積をT_3とする。$\dfrac{T_3}{S}=\dfrac{1}{3}$となるのは$x=$ $\boxed{\text{（ニ）}}$ のときである。

(4)　点Pが線分EH上にあるのは$x=$ $\boxed{\text{（ヌ）}}$ のときである。