

1 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 の 9 個の数字から異なる 3 個を選んで並べ、3 桁の整数を 1 つ作る。以下の問に答えよ。

- (1) 整数は何通りできるか。
- (2) 偶数は何通りできるか。
- (3) 400 より大きい整数は何通りできるか。
- (4) 400 より大きい奇数は何通りできるか。
- (5) 350 より小さい偶数は何通りできるか。

2  $0 < s < 1, 0 < t < 1$  とする。平行四辺形 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とし、OC を  $s : (1 - s)$  に内分する点を E, CB を  $t : (1 - t)$  に内分する点を F, OF と AE との交点を G とする。以下の問に答えよ。

(1)  $\overrightarrow{AF}$  を  $\vec{a}, \vec{c}, s, t$  を用いて表せ。

(2)  $\overrightarrow{OG}$  を  $\vec{a}, \vec{c}, s, t$  を用いて表せ。

(3)  $\triangle OGE$  と  $\triangle ABF$  の面積をそれぞれ  $Q, Q'$  とするとき、 $\frac{Q'}{Q}$  を  $s, t$  を用いて表せ。

(4)  $s, t$  が  $0 < s < 1, 0 < t < 1, st = \frac{1}{3}$  をみたしながら動くとき、(3) で求めた  $\frac{Q'}{Q}$  の値の範囲を求めよ。

**3** 以下の間に答えよ。ただし、必要ならば次の2つの公式を用いてもよい。

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

- (1) 実数  $x, y$  に対して、 $\sin x = \sin y$  が成り立つとき、 $y$  を  $x$  を用いて表せ。
- (2)  $0 \leq s < 2\pi$  のとき、次の式をみたす実数  $s$  をすべて求めよ。

$$\sin 2s = \sin(3s + 1)$$

- (3)  $0 \leq s < t < 2\pi$  のとき、次の2つの式を同時にみたす実数  $s, t$  の組をすべて求めよ。

$$\begin{cases} \cos s = \cos t \\ \sin 5s = \sin 5t \end{cases}$$

**4**  $-1 \leq a \leq 1$  とする。以下の問に答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

(1) 関数  $y = x(\log x)^2$  の導関数を求めよ。

(2) 定積分

$$\int_{\frac{1}{e}}^1 (\log x + 1)^2 dx$$

の値を求めよ。

(3) 定積分

$$I = \int_{\frac{1}{e}}^e |\log x - a| dx$$

を求めよ。

(4)  $a$  が  $-1 \leq a \leq 1$  を動くとき、(3) で求めた  $I$  が最小となるときの  $a$  の値を求めよ。

**5** 関数  $f(x) = e^{-2x^2} - e^{-\frac{1}{2}}$  を考える。以下の間に答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

- (1) 不等式  $f(x) > 0$  をみたす  $x$  の値の範囲を求めよ。
- (2) 導関数  $f'(x)$  を求めよ。
- (3) 関数  $y = |f(x)|$  の極値を求めよ。
- (4)  $a$  を定数とする。方程式  $|f(x)| - a = 0$  の実数解の個数を求めよ。