

I 以下の  に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

(1) 11 で割ると 6 余り, 6 で割ると 3 余るような自然数を小さい方から

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_k, \dots$  と表す。  $a_{30} =$   (ア)  である。

(2) 整式  $P(x)$  を  $x+2$  で割ると 3 余り,  $x+3$  で割ると  $-2$  余る。  $P(x)$  を

$(x+2)(x+3)$  で割った余りは  (イ)  である。

(3)  $A = \frac{\sqrt{-3}\sqrt{-2} + \sqrt{-2}}{a + \sqrt{-3}}$  が実数となるような  $a$  を定めると,  $a =$   (ウ)

であり,  $A =$   (エ)  である。

(4) 方程式  $\log_2(x+1) - \log_4(x+4) = 1$  の解は  $x =$   (オ)  である。

(5)  $a, b$  を実数とし,  $b > 0$  とする。方程式  $x^3 + ax^2 + bx - 7 = 0$  の解が整数のみ

であるとき, その解をすべて求めると  (カ)  であり,  $a =$   (キ) ,

$b =$   (ク)  である。

II 以下の  に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

(1) 次の2つの条件を考える。

$$p : (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4$$

$$q : |x| + |y| \leq r$$

ただし、 $r > 0$  とする。 $q$  が  $p$  の必要条件であるような定数  $r$  の値の範囲は

(ケ)

である。また、 $q$  が  $p$  の十分条件であるような定数  $r$  の値の範囲は

(コ)

である。

(2) 1辺の長さが1の正五角形 ABCDE に対し、対角線 AC と BE, AC と BD の

交点をそれぞれ Y, Z とする。 $\triangle ACD$  と  $\triangle DZC$  に着目すると、対角線の長さ

は  (サ) であり、 $\cos \angle CAD =$   (シ) である。また、線分 YZ の

長さは  (ス) である。

(3) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は、

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + d$$

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = rb_n$$

を満たしているとする。ただし、 $d, r$  は定数 ( $r \neq 0, 1$ ) である。このとき、

$$S_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n$$

とおくと、 $S_n - rS_n = 1 + \frac{dr}{1-r} -$   (セ)  $\times r^n$  である。 $d=2, r=2$  の

とき、 $S_{10} =$   (ソ) である。

(4)  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  に対し、 $f_m(\theta) = \sum_{k=0}^m \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}k\right)$  とする。 $f_2(\theta)$  の最大値は

(タ)

であり、このときの  $\theta$  は、 $\theta =$   (チ) である。また、

$f_4(\theta) =$   (ツ)  $\times \sin \theta$  である。

Ⅲ 以下の  に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

大, 小2つのさいころを同時に投げ, それぞれの出た目の数から1を引いた値を  $x$  成分,  $y$  成分とするベクトルを考える。例えば, 大きいさいころの目が4, 小さいさいころの目が1のとき, 対応するベクトルは  $(3, 0)$  になる。 $i$  回目の試行でできるベクトルを  $\vec{a}_i = (x_i, y_i)$  で表す。

(1)  $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4 = (20, 19)$  となる確率を  $\frac{\alpha}{6^\beta}$  と表すと,  $\alpha =$   (テ),  
 $\beta =$   (ト) である。

(2)  $x$  座標も  $y$  座標も整数である点を格子点と言う。点  $A_1$  を  $\overrightarrow{OA_1} = \vec{a}_1$ , 点  $A_2$  を  $\overrightarrow{OA_2} = \vec{a}_2$  となるように定めるとき,  $\triangle OA_1A_2$  の重心が格子点となる確率は  (ナ) である。

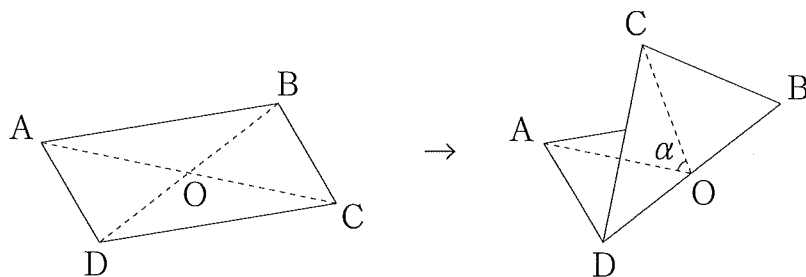
(3)  $x_1 = 0$  がわかっている下で,  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  が1次独立である確率は  (ニ) である。

(4)  $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0$  となる確率は  (ヌ) である。

(5)  $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 + \vec{a}_3$  となる確率は  (ネ) である。

IV 以下の  に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD の対角線 AC と BD の交点を O とする。正方形 ABCD を対角線 BD を折り目にして  $\angle AOC = \alpha$  となるように折った。



(1) このとき、 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} =$   (ノ)  $,$   $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} =$   (ハ)  $,$   $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} =$   (ヒ) である。また、 $\angle ABC = 45^\circ$  となるのは、 $\cos \alpha =$   (フ) のときである。

(2) 以下、 $\alpha = 60^\circ$  とする。3 点 A, B, C を含む平面の点 E をとる。

$\overrightarrow{BE} = s\overrightarrow{BA} + t\overrightarrow{BC}$  と表したとき、 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BA} =$   (ヘ)  $,$   $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BC} =$   (ホ) であり、 $\overrightarrow{DE} \perp \overrightarrow{BA}$  かつ  $\overrightarrow{DE} \perp \overrightarrow{BC}$  となるのは  $s =$   (マ) かつ  $t =$   (ミ) のときである。

V 以下の  に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。  
 また、(1)の(iii)と(2)は指示に従って解答しなさい。

(1)  $a, b, c$  を実数とし、 $a > 0$  とする。 $f(x) = -ax^2 + bx + c$  とし、

放物線  $C: y = f(x)$  を考える。

(i)  $C$  が  $x$  軸と 2 つの交点を持つための必要十分条件は  (ム) である。

$C$  の軸を  $x = q$  とすると、 $q =$   (ヌ) である。

(ii)  $q \geq 0$  となる場合を考える。 $t > q$  に対し、点  $(t, f(t))$  における  $C$  の接線

を  $l_1$  とすると、 $l_1$  と  $y$  軸の交点の  $y$  座標は  (モ) となる。 $l_1$  とは

異なる  $C$  の接線  $l_2$  と  $y$  軸の交点の  $y$  座標が  (モ) になるとき、 $l_2$  と  $C$  の

接点の  $x$  座標  $s$  は  $s =$   (ヤ) である。

(iii)  $C, l_1, y$  軸が囲む部分の面積を  $D_1$  とし、 $C, l_2, y$  軸が囲む部分の面積を

$D_2$  とする。 $D_1, D_2$ , および比の値  $\frac{D_1}{D_2}$  を求めなさい。ただし、求める過程

も書きなさい。

(2) 2 つの 2 次関数  $f_1(x), f_2(x)$  は

$$f_1(0) = f_2(0), \quad f_1'(0) = f_2'(0), \quad f_1(-2) = 5, \quad f_2(3) = 0$$

を満たすとする。また、 $f_1(x)$  は  $x = -\frac{1}{2}$  で最小値を取り、 $f_2(x)$  は  $x = 2$  で

最大値を取るとする。関数  $f_3(x)$  を

$$f_3(x) = \begin{cases} f_1(x) & x < 0 \\ f_2(x) & x \geq 0 \end{cases}$$

と定義する。 $f_1(x), f_2(x)$  を求めなさい。ただし、求める過程も書きなさい。

また、 $y = f_3(x)$  のグラフを描きなさい。